

Ensembles et tableaux associatifs

Plan de cours

Pierre Senellart

9 novembre 2017

Prendre les présences sur Moodle. Questions préliminaires ?

1 Introduction

- Ensembles, tableaux associatifs
- Structures de données correspondantes en Python, C++, Java
- Implémentation simple : tableau. Complexité en temps et en mémoire

2 Tables de hachage (11)

- Espace de hachage de taille m , fonction de hachage
- Table de hachage ; alvéoles, chaînage des collisions
- Recherche, insertion, suppression
- Complexité dans le pire des cas, sous hypothèse d'uniformité
- Conception de fonctions de hachage :
 - Par modulo (attention aux motifs)
 - Hachage universel (le nombre de fonctions t.q. $h(k) = h(l)$ pour k, l fixés distincts est $\leq \frac{|H|}{m}$; complexité
 - Choix d'un ensemble de fonction universel : $h_{a,b} = ((ak + b) \bmod p) \bmod m$ pour $p > m$ nombre premier, $a \in \mathbb{F}_p \neq 0, b \in \mathbb{F}_p$
- Adressage ouvert :
 - sondage linéaire $h(k, i) = (h'(k) + i) \bmod m$; inconvénients
 - double hachage $h(k, i) = (h_1(k) + i \times h_2(k)) \bmod m$ avec $(h_2(k), m)$ premiers entre eux ; nombre de séquences de hachage distinctes
- Tables de hachage dynamiques :
 - Doublement de la taille
 - Hachage linéaire, seulement évoqué

3 Arbres binaires rouge–noir (13)

- Rappel sur les arbres binaires de recherche équilibrés
- Arbres rouge–noir. Propriétés des arbres rouge–noir :
 - Si un nœud est rouge, ses enfants sont noirs.
 - Même nombre de nœud noirs sur tout chemin d'un nœud de l'arbre aux descendants ayant un ou zéro fils.

- Exemple 13.4 (sans le nœud z)
- Borne : $n \geq 2^{hn(x)}$ et $hn(x) \geq \frac{h-1}{2}$
- Rotation gauche, rotation droite
- Insertion dans un arbre rouge-noir :
 - Insertion dans l'arbre à l'endroit naturel z , colorié en rouge
 - Correction de la violation rouge-noir entre z et son père :
 - Si z est fils de la racine, on colorie la racine en noir
 - On traite du cas où le père de z est un fils gauche, l'autre cas est symétrique
 - Si l'oncle de z est rouge, on le colorie ainsi que le père de z en noir, et le grand-père de z en rouge. On continue avec le grand-père.
 - Sinon, si z est un fils droit, on fait une rotation gauche et on considère le nouveau fils gauche de z et on passe au cas suivant.
 - z est un fils gauche, on colore son père en noir et son grand-père en rouge, puis on fait une rotation droite. Fini.
 - Complexité
- Un mot sur la suppression, pas de détails
- Arbres binaires équilibrés vs tables de hachage