

# TD: Analyse statique

Pierre Senellart ([pierre.senellart@ens.fr](mailto:pierre.senellart@ens.fr))

19 avril 2017

Le but de ce TD est d'explorer les techniques d'analyse statique et leurs limites.

## Rendu

Le rendu de ce TD doit être fait par mél, avant 23:59 le 19 avril, à [pierre.senellart@ens.fr](mailto:pierre.senellart@ens.fr) en fournissant, en attachement du mél, un fichier PDF contenant une version électronique, des scans ou des photographies *lisibles* de vos réponses au TD. Des pénalités seront comptées en cas de rendu tardif (0,5 point par heure de retard).

## 1 Algorithme de minimisation

On considère un schéma relationnel formé d'une unique relation  $R$  avec attributs  $A, B, C$ . Pour chacune des requêtes de l'algèbre relationnelle suivantes, les transformer en requêtes conjonctives et les minimiser en utilisant l'algorithme de minimisation.

- 1a.  $\Pi_{AC}[\Pi_{AB}(R) \bowtie \Pi_{BC}(R)] \bowtie \Pi_A[\Pi_{AC}(R) \bowtie \Pi_{CB}(R)]$
- 1b.  $\Pi_{AC}[\Pi_{AB}(R) \bowtie \Pi_{BC}(R)] \bowtie \Pi_{AB}(\sigma_{B=8}(R)) \bowtie \Pi_{BC}(\sigma_{A=5}(R))$
- 1c.  $\Pi_{AB}(\sigma_{C=1}(R)) \bowtie \Pi_{BC}(R) \bowtie \Pi_{AB}[\sigma_{C=1}(\Pi_{AC}(R)) \bowtie \Pi_{CB}(R)]$

## 2 PostgreSQL et minimisation de requêtes

- 2a. Proposer un protocole expérimental permettant de tester si PostgreSQL minimise les requêtes conjonctives en sémantique ensembliste (c'est-à-dire, avec `DISTINCT`).
- 2b. Faire l'expérience et conclure. (On peut utiliser la commande `\timing` dans l'outil en ligne de commande `psql` pour activer le calcul du temps d'exécution d'une requête.)

## 3 Satisfiabilité dans le cadre fini et infini

On considère dans cet exercice la logique du premier ordre dans le cadre fini (le calcul relationnel classique) et le cadre infini (le calcul relationnel, quand on autorise les relations constituant une base de données à avoir une infinité de tuples).

Un résultat fondamental dans le cadre infini est le théorème de *complétude* de Gödel. Il peut se formuler de la manière suivante : si une formule de la logique du premier ordre est vraie dans tous les modèles de la logique du premier ordre (on dit dans ce cas qu'elle est une *tautologie*), alors il existe une *démonstration* de cette formule. Pour les besoins de cet exercice, nous n'avons pas besoin de définir plus formellement ce qu'est une démonstration (cela peut être fait de diverses manières), mais simplement du fait qu'une démonstration est une séquence finie de symboles, dont la correction (le fait que ce soit effectivement la démonstration d'un résultat donné) est décidable.

- 3a. On admettra que la satisfiabilité d'une formule logique du premier ordre dans le cadre infini est indécidable. (Cela peut se démontrer par exemple en codant les machines de Turing en logique du premier ordre et en écrivant une formule de FO qui exprime qu'une machine donnée ne termine pas.) Montrer que l'inclusion et l'équivalence de requêtes de premier ordre dans le cadre infini est indécidable.
- 3b. Montrer que l'inclusion et l'équivalence de requêtes de premier ordre dans le cadre infini est récursivement énumérable.
- 3c. Comparer avec la situation dans le cadre fini.
- 3d. Démontrer qu'il n'existe pas d'équivalent du théorème de complétude de Gödel dans le cadre fini.

## 4 Théorème d'homomorphisme et domaines finis

On considère dans cet exercice le cas où les domaines des différents attributs ont des domaines *finis* : il y a un nombre fini de valeurs qu'un attribut peut prendre.

- 4a. Montrer que seule une des deux directions du théorème d'homomorphisme est satisfaite en présence de domaines finis.
- 4b. On fixe un  $n > 1$  arbitraire, et on impose que le domaine actif d'une base de données soit un certain ensemble  $\{a_1, \dots, a_n\}$ . Exhiber sous cette condition deux requêtes conjonctives  $q$  et  $q'$  telles que  $q \sqsubseteq q'$  mais qu'il n'existe pas d'homomorphisme de  $q$  vers  $q'$ .
- 4c. On fixe un  $n > 1$  arbitraire, et on impose que le domaine actif d'une base de données soit un certain ensemble  $\{a_1, \dots, a_n\}$ . Montrer que, sous cette condition, l'existence d'une unique requête minimale (à isomorphisme près) équivalente à une requête conjonctive donnée est fausse.