Examen de rappel

Théorie des Langages (INF105)

Pierre Senellart

pierre.senellart@telecom-paristech.fr

31 mars 2016

L'examen de rappel du module INF105 dure une heure et demie. Tous les documents sont autorisés, mais calculatrices, ordinateurs et objets communicants sont interdits. L'énoncé comporte un unique exercice, noté sur 20 points.

Pas plus de n symboles identiques consécutifs

Pour un entier $n \geqslant 0$, on définit le langage L_n sur l'alphabet $\{a, b\}$ comme l'ensemble des mots ne contenant pas plus de n symboles identiques à la suite (autrement dit, les mots ne contenant ni un facteur de taille $n + 1$ formé exclusivement de a, ni un facteur de taille $n + 1$ formé exclusivement de b).

Par exemple, *aabbababba* est dans L_2 tandis que *aabbba* est dans L_3 mais pas dans L_2.

1. (1 point) Qu'est-ce que L_0 ? Justifier votre affirmation.
2. (5 points) On s'intéresse d'abord à L_1.
   a) (2 points) Donner un automate *déterministe complet* reconnaissant L_1.
   b) (3 points) En utilisant une méthode vue en cours, dont on détaillera l'application, en déduire une expression rationnelle pour L_1.
3. (8 points) On s'intéresse maintenant à L_2.
   a) (2 points) Donner un automate *déterministe complet* reconnaissant L_2.
   b) (3 points) Cet automate est-il minimal ? Si oui, le prouver. Si non, minimiser l'automate en utilisant une méthode vue en cours.
   c) (2 points) Proposer une grammaire hors-contexte G pour L_2.
   d) (1 point) Donner un arbre de dérivation de *aabbababba* par G.
4. (1 point) Montrer que, pour tout $n \geqslant 1$, L_n est infini.
5. (3 points) On note $M(n)$ le nombre d'états de l'automate *complet* minimal reconnaissant L_n. Prouver que, pour tout $n \geqslant 1$, $M(n) = 2(n + 1)$.
6. (2 points) Qu'est-ce que $\bigcup_{n \geqslant 0} L_n$? $\bigcap_{n \geqslant 0} L_n$? Justifier vos affirmations.