

Devoir à la maison

Théorie des Langages (INF105)

Pierre SENELLART
pierre.senellart@telecom-paristech.fr

À rendre pour le 8 janvier 2015

1 Exercice 1 (8 points)

On considère la famille de langages L_n définie sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ par : $u \in L_n$ si et seulement si tout facteur de u de longueur n contient au moins autant de a que de b .

Ainsi, L_2 contient les éléments suivants : $ab; aa; ba; aab \dots$. En revanche ni bb ni bba ne sont des éléments de L_2 , car ils contiennent un facteur de taille 2 (bb) contenant strictement plus de b que de a . On admet enfin que ε , a et b , qui ne contiennent pas de facteur de taille 2, satisfont la contrainte et sont également dans L_2 .

1. (3 points) Montrer que L_2 est un langage rationnel, en proposant un automate fini pour ce langage.
Vous prendrez soin de justifier précisément votre réponse en *prouvant* que le langage reconnu par l'automate que vous proposez est exactement égal à L_2 .
2. (2 points) En utilisant une construction vue en cours, construisez, à partir de l'automate fini de la question précédente, une expression rationnelle pour L_2 .
3. (2 points) Montrez que, pour tout n , il existe un langage fini F tel que le complémentaire de L_n s'écrive $\overline{L_n} = \Sigma^* F \Sigma^*$.
4. (1 point) Déduisez de la question 3 que tous les langages de la famille L_n sont rationnels.

2 Exercice 2 (7 points)

En construisant l'automate canonique qui leur est associé, montrer que les expressions rationnelles « $(a|b)^*c?d$ » et « $(a^*|b)^*(a^*|c)d$ » sont équivalentes. Donner les principales étapes des deux constructions.

Tourner la page.

3 Exercice 3 (5 points)

On considère les mots formés sur l'alphabet latin $\Sigma = \{a \dots z\}$ qui sont des *palindromes*, c'est-à-dire, qui sont identiques quand on les lit de gauche à droite et de droite à gauche. Des exemples sont *radar*, *elle*, *anjna*, x , ε .

On définit les langages suivants : $L_p \subseteq \Sigma^*$ est l'ensemble des mots qui sont des palindromes. $L_f \subseteq \Sigma^*$ est l'ensemble des mots de la langue française sans accents (l'ensemble des mots présents dans un dictionnaire donné, par exemple). Ainsi, *bonjour* $\in L_f$, *zxyxz* $\in L_p$ et *ressasser* $\in L_p \cap L_f$.

1. (3 points) L_p est-il rationnel? Prouver votre affirmation.
2. (2 points) $L_p \cap L_f$ est-il rationnel? Prouver votre affirmation.