

# Table ronde *Réseaux sociaux*

## Modèles mathématiques de réseaux sociaux

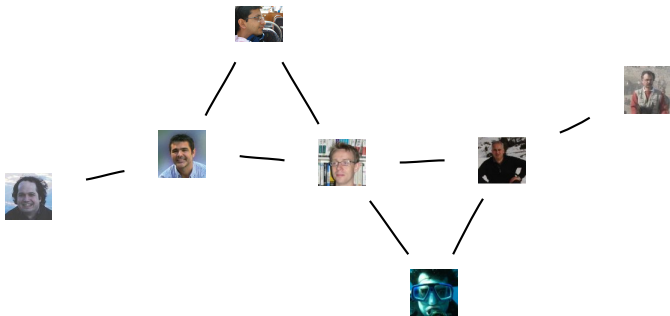
17 January 2012





# Réseau social

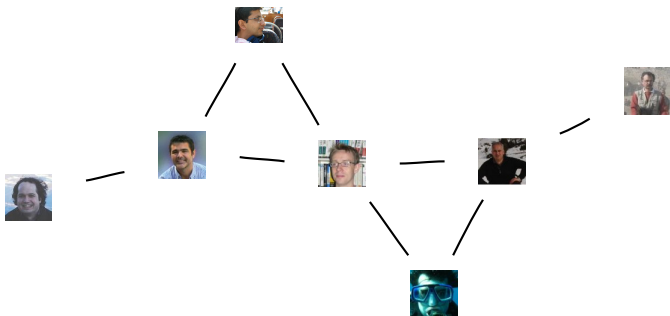
- Peut être modélisé comme un **graphe mathématique** (non orienté)
- Ensemble  $S$  de **nœuds** : Individus
- Ensemble  $A \subseteq S^2$  d'**arêtes** : **Connections** entre individus





# Réseau social

- Peut être modélisé comme un **graphe mathématique** (non orienté)
- Ensemble  $S$  de **nœuds** : Individus
- Ensemble  $A \subseteq S^2$  d'**arêtes** : **Connections** entre individus



- On peut utiliser tous les outils de la **théorie des graphes**...

17 January 2012





# Réseau social

- Peut être modélisé comme un **graphe mathématique** (non orienté)

- Exemple : Facebook, Twitter, LinkedIn

## Exemple d'outils

- Ex

Distance entre individus : **Nombre de nœuds** de la plus petite chaîne reliant ces deux individus.

- On peut utiliser tous les outils de la **théorie des graphes**...

17 January 2012





# Réseau social

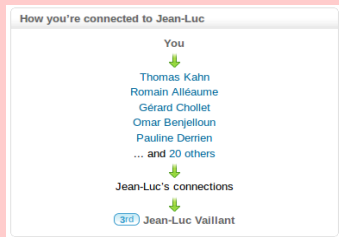
- Peut être modélisé comme un **graphe mathématique** (non orienté)

- Exemple d'outil

## Exemple d'outils

- Exemple

Distance entre individus : **Nombre de nœuds** de la plus petite chaîne reliant ces deux individus.



- On peut utiliser tous les outils de la **théorie des graphes**...

17 January 2012





# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

**Densité.** Est-ce que le graphe est creux ( $|A| \ll |S|^2$ ) ?





# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

**Densité.** Est-ce que le graphe est creux ( $|A| \ll |S|^2$ ) ?

**Distance typique.** Distance typique entre deux individus arbitraires ?





# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

**Densité.** Est-ce que le graphe est creux ( $|A| \ll |S|^2$ ) ?

**Distance typique.** Distance typique entre deux individus arbitraires ?

**Localité.** Si  $a$  est connecté à la fois à  $b$  et à  $c$ , est-ce que la probabilité que  $b$  est connecté à  $c$  est significativement plus grande que la probabilité que deux nœuds arbitraires soient connectés ?







# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

Caractéristiques d'un réseau social

De  
Distan  
Loc

s ?

ent  
raires

17 January 2012





# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

## Caractéristiques d'un réseau social

- Creux

De  
Distan  
Loc

s ?

ent  
raires

17 January 2012





# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

## Caractéristiques d'un réseau social

- Creux
- Distance typique faible : **logarithmique** en la taille du graphe

De  
Distan  
Loc

s ?

ent  
raires

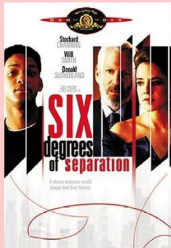




# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

## Caractéristiques d'un réseau social

- Creux
- Distance typique faible : **logarithmique** en la taille du graphe



De  
Distan  
Loc

s ?

ent  
raires

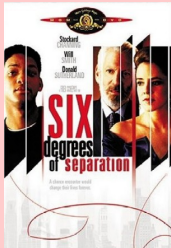




# Caractéristiques intéressantes d'un graphe

## Caractéristiques d'un réseau social

- Creux
- Distance typique faible : **logarithmique** en la taille du graphe



- **Forte** localité : "les amis de mes amis sont mes amis"

De  
Distan  
Loc

s ?

ent  
raires

17 January 2012





# Pas seulement les réseaux sociaux...

Mêmes caractéristiques pour :

- Neurones d'un ver [Watts and Strogatz, 1998]
- Internet [Broder et al., 2000]
- Le graphe des pages Web [Faloutsos et al., 1999]
- Réseaux d'interactions entre protéine [Jeong et al., 2000]
- etc.





# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .





# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .

■ Creux pour  $p \ll 1$







# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .

- **Creux** pour  $p \ll 1$
- Distance typique **logarithmique** : explique les six degrés de séparations !





# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .

- **Creux** pour  $p \ll 1$
- Distance typique **logarithmique** : explique les six degrés de séparations !
- **Pas de localité**





# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .

- **Creux** pour  $p \ll 1$
- Distance typique **logarithmique** : explique les six degrés de séparations !
- **Pas de localité**





# Graphes aléatoires [Solomonoff and Rapoport, 1951, Erdős and Rényi, 1960]

Modèle mathématique destiné à expliquer ces caractéristiques

## Construction

1. On fixe un nombre  $n$  de nœuds et une probabilité  $p$ .
2. Pour chaque pair de nœuds  $(u, v)$ , ajouter une arête entre  $u$  et  $v$  avec probabilité  $p$ .

- **Creux** pour  $p \ll 1$
- Distance typique **logarithmique** : explique les six degrés de séparations !
- **Pas de localité**

Meilleurs modèles ? Voir **INF390**, “Collective Intelligence”

17 January 2012



- L. A. Amaral, A. Scala, M. Barthelemy, and H. E. Stanley. Classes of small-world networks. *PNAS*, 97(21) :11149–11152, October 2000.
- Andrei Broder, Ravi Kumar, Farzin Maghoul, Prabhakar Raghavan, Sridhar Rajagopalan, Raymie Stata, Andrew Tomkins, and Janet Wiener. Graph structure in the web. *Computer Networks*, 33(1-6) : 309–320, 2000.
- P. Erdős and A. Rényi. On the evolution of random graphs. *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.*, 5 :17–61, 1960.
- M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos. On power-law relationships of the internet topology. In *Proc. SIGCOMM*, pages 251–262, Cambridge, USA, August 1999.
- H. Jeong, B. Tombor, R. Albert, Z. N. Oltvai, and A. L. Barabasi. The large-scale organization of metabolic networks. *Nature*, 407(6804), 2000.





## Bibliography II

- U. Kang, Charalampos E. Tsourakakis, and Christos Faloutsos.  
PEGASUS : mining peta-scale graphs. *Knowl. Inf. Syst.*, 27(2) :  
303–325, 2011.
- Ray Solomonoff and Anatol Rapoport. Connectivity of random nets.  
*Bulletin of Mathematical Biology*, 13(2) :107–117, June 1951.
- Duncan J. Watts and Steven H. Strogatz. Collective dynamics of  
'small-world' networks. *Nature*, 393(6684) :440–442, 1998.





# Licence de droits d'usage



Contexte public } avec modifications

**Par le téléchargement ou la consultation de ce document, l'utilisateur accepte la licence d'utilisation qui y est attachée, telle que détaillée dans les dispositions suivantes, et s'engage à la respecter intégralement.**

La licence confère à l'utilisateur un droit d'usage sur le document consulté ou téléchargé, totalement ou en partie, dans les conditions définies ci-après et à l'exclusion expresse de toute utilisation commerciale.

Le droit d'usage défini par la licence autorise un usage à destination de tout public qui comprend :

- le droit de reproduire tout ou partie du document sur support informatique ou papier,
- le droit de diffuser tout ou partie du document au public sur support papier ou informatique, y compris par la mise à la disposition du public sur un réseau numérique,
- le droit de modifier la forme ou la présentation du document,
- le droit d'intégrer tout ou partie du document dans un document composite et de le diffuser dans ce nouveau document, à condition que :
  - L'auteur soit informé.

Les mentions relatives à la source du document et/ou à son auteur doivent être conservées dans leur intégralité.

Le droit d'usage défini par la licence est personnel et non exclusif.

Tout autre usage que ceux prévus par la licence est soumis à autorisation préalable et expresse de l'auteur : [sitepedago@telecom-paristech.fr](mailto:sitepedago@telecom-paristech.fr)

17 January 2012

