

TD: Complexité des langages de requête

Pierre Senellart (pierre.senellart@ens.fr)

1er mars 2017

Le but de ce TD est de se familiariser avec les preuves de complexité des langages de requête.

Rendu

Le rendu de ce TD doit être fait par mél, avant 23:59 le 1er mars, à pierre.senellart@ens.fr en fournissant, en attachement du mél, un fichier PDF contenant une version électronique, des scans ou des photographies *lisibles* de vos réponses au TD. Des pénalités seront comptées en cas de rendu tardif (0,5 point par heure de retard). Les exercices sont par difficulté croissante, il n'est pas nécessaire de finir les quatre exercices de la fiche de TD pour avoir une bonne note.

1 Unions de requêtes conjonctives

Quelle est la complexité d'évaluation des unions de requêtes conjonctives, en complexité en les données et en complexité combinée ? Soyez aussi précis que possible.

2 α -acyclicité

- 2a. Montrer qu'une requête conjonctive α -cyclique peut devenir α -acyclique quand un atome est ajouté à la requête.
- 2b. Donner une caractérisation plus simple des requêtes conjonctives α -acycliques sur les schémas relationnels dont toutes les relations sont d'arité ≤ 2 . Prouver l'équivalence de cette caractérisation avec la définition des requêtes α -acycliques.

3 $\text{FO}+\mu^+$ capture la parité en présence d'un ordre total

On étend dans cet exercice la preuve de capture de parité du nombre d'éléments d'un ordre total par $\text{FO}+\mu^+$ à un cadre un peu plus général.

On considère un schéma relationnel arbitraire contenant une relation n -aire R . On considère la requête Q : « R contient un nombre pair de tuples. »

- 3a. Montrer (sans utiliser le théorème de Fagin !) que Q peut s'exprimer en logique du second ordre existentielle.
- 3b. On suppose un ordre total sur les constantes du domaine, et que la base de données contient une relation S qui, pour toute base de données, contient la relation de *successeur immédiat* pour cet ordre total. Montrer que Q peut s'exprimer en $\text{FO}+\mu^+$.

4 Datalog

Prouver que l'évaluation de Datalog est EXPTIME-complète en complexité combinée, en montrant qu'on peut simuler l'exécution d'une machine de Turing déterministe en $O(n^k)$ pour une certaine constante k par un programme Datalog.